ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০২১

বাছাই পর্ব: ঢাকা জেলা

আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

ক্যাটেগরি: জুনিয়র **সময়: ১ ঘণ্টা**

নাম (বাংলায়): **শ্রেণি (২০২০ সাল):**

Name (In English): **Registration No:**

Name of Institution: **Phone No:**

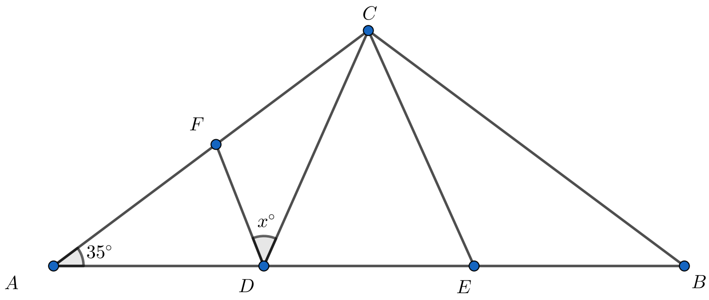
এই উত্তরপত্রের নির্দিষ্ট স্থানে উত্তর লিখতে হবে। খসড়ার জন্য পৃথক কাগজ ব্যবহার করতে হবে এবং তা জমা দিতে হবে। সকল সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা হয়েছে। সবাইকে নিজ নিজ উত্তরপত্র জমা দিতে হবে।

নং	সমস্যা	উত্তর
1	একটা দ্বীপে আনা আর বানানা নামের দুই বন্ধু বাস করে। তাদের মধ্যে একজন সব সময় সত্যি কথা বলে আর অপরজন সব সময় মিথ্যা কথা বলে। ওদের মধ্যে কে মিথ্যাবাদী, এটা জিজ্ঞেস করাতে ওরা বলল: আনা: ‘‘বানানা গতকাল দশটা আপেল খেয়েছে এবং সে সত্যি কথা বলছে।” বানানা: ‘‘না, আমি গতকাল পাঁচটা আপেল খেয়েছি এবং আনা মিথ্যা বলছে।” বানানা গতকাল কয়টা আপেল খেয়েছিল? On one island there lived two friends, Ana and Banana. One of them always tells the truth, while the other always lies. When asked which one is the liar among them, they said: Ana: “Banana ate ten apples yesterday, and he is telling the truth.” Banana: “No, I ate five apples yesterday, and Ana is lying.” How many apples did Banana eat yesterday?	
2	$1, 3, 5, 7$ অংকগুলো সর্বোচ্চ একবার ব্যবহার করে অনেকগুলো তিন অঙ্কের সংখ্যা বানানো সম্ভব। এরকম দুটো আলাদা আলাদা সংখ্যার যোগফলের সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান কত? Using the digits $1, 3, 5, 7$ at most once, you can make many three-digit numbers. What is the maximum possible sum of two such distinct numbers?	
3	চতুর্ভুজ $ABCD$-এ $AB = 3, BC = 4, CD = 13, AD = 12$ এবং $\angle ABC = 90^\circ$। এই চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত? Quadrilateral $ABCD$ has $AB = 3, BC = 4, CD = 13, AD = 12$, and $\angle ABC = 90^\circ$. What is the area of the quadrilateral?	

<table>
<tr>
<td>4</td>
<td>

$\triangle ABC$-এ, $AC = BC$ এবং $AD = DC = CE = BE$। $FD \parallel CE$। যদি $\angle CAB = 35^\circ$ হয়, তাহলে x-এর মান কত?

In $\triangle ABC$, $AC = BC$ and $AD = DC = CE = BE$. $FD \parallel CE$. If $\angle CAB = 35^\circ$, then what is the value of x?



</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>

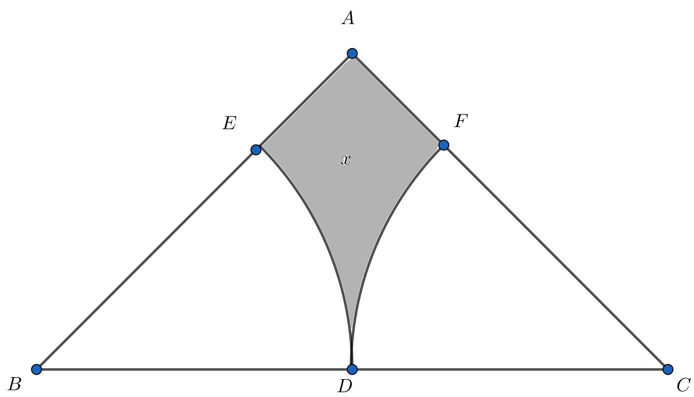
$a^x = a^y + 2^z$ যেখানে a, x, y, z কতগুলো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। $\frac{ayz}{(x-1)^2}$-এর সম্ভাব্য সব মানের যোগফল বের করো।

$a^x = a^y + 2^z$ where a, x, y, z are positive integers. Find the sum of all possible values of $\frac{ayz}{(x-1)^2}$.

</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>

চিত্রে, $AB = AC$, $BC = 2$ আর $\angle BAC = 90^\circ$। $BD = CD = 1$। DE আর DF হলো এমন বৃত্তচাপ যাদের কেন্দ্র যথাক্রমে B আর C। ছায়াকৃত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল x। যদি $x = a - b\pi$ হয় যেখানে a আর b মূলদ সংখ্যা, তাহলে $\frac{a}{b}$-এর মান বের করো।

In the figure, $AB = AC$, $BC = 2$ and $\angle BAC = 90^\circ$. $BD = CD = 1$. DE and DF are the arcs whose centers are at B and C respectively. The area of the shaded region is x. If $x = a - b\pi$ where a and b are rational numbers, then find the value of $\frac{a}{b}$.



</td>
<td></td>
</tr>
</table>

7	ইত্তিহাদ KFC থেকে কিছু চিকেন নাগেট কিনতে চায়। KFC চিকেন নাগেট 4 আর 7 সাইজের প্যাকেজে বিক্রি করে। কতগুলো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $n \leq 100$ আছে যেন ইত্তিহাদ n সংখ্যক চিকেন নাগেট কিনতে পারবে না? Ittihad wants to buy some Chicken nuggets from KFC. They sell Chicken nuggests in packages of 4 and 7. How many positive integers $n \leq 100$ are there such that Ittihad can not buy n chicken nuggets?	
8	একটা বড় বর্গের পাশ থেকে একটা ছোট বর্গ কেটে নেওয়া হয়েছে। এতে বর্গের পরিধি 10% বেড়েছে। তবে বর্গের ক্ষেত্রফল কত শতাংশ কমেছে? A small square was cut off at the border of a large square sheet of paper. As a result, the perimeter of the sheet increased by 10%. By what percentage did the area of the sheet decrease?	
9	একটা হোটেলে এক সারি বরাবর 100-টা রুম আছে। রুমগুলোর নম্বর 1 থেকে 100 পর্যন্ত। শুরুতে সবগুলো রুমের দরজাই বন্ধ আছে আর হোটলের ম্যানেজার সবগুলো দরজাই খুলে দিতে চায়। কিন্তু সে এই কাজটা বেশ অদ্ভুতভাবে করে। প্রথমে, সে একটা দরজা পরপর খুলে দিতে থাকে। অর্থাৎ, সে দরজা $1, 3, 5, 7 \cdots$-এভাবে খুলে দিতে থাকে। তারপরে সে আবার শুরুতে ফিরে আসে আর যে দরজাগুলো এখনো খোলা হয়নি, সেগুলোর মধ্যে একটা দরজা পরপর খুলে দিতে থাকে। অর্থাৎ, দ্বিতীয়বারে সে দরজা $2, 6, 10, \cdots$ খুলে দিতে থাকে। সে এভাবে তার কাজ চালিয়ে যেতে থাকে যতক্ষণ না পর্যন্ত সবগুলো দরজা খুলে যায়। ম্যানেজার সবার শেষে যে দরজাটা খুলবে, তার নম্বর কত? In a hotel, there are 100 rooms in a row, numbered 1 through 100 in order. Initially, all the doors of the rooms are closed and the hotel manager wants to open them all. But the way he wants to do it is somewhat strange. First, he opens every other door, starting from room 1. So, he opens $1, 3, 5, 7$ and so on. Then he goes back to the beginning and again opens every other unopened door. So, this time he opens $2, 6, 10$ and so on. He continues in this way until he opens all the doors. What is the number of the last door he opens?	
10	কতভাবে তুমি $0, 1, 2, \cdots, 9$ সংখ্যাগুলো থেকে তিনটা সংখ্যা বাছাই করতে পারো। বাছাইয়ের সময় একই সংখ্যা একাধিকবার বাছাই করা যাবে। যেমন, $0, 0, 7$ কিংবা $0, 4, 9$। কিন্তু কী ক্রমে সংখ্যাগুলোকে বাছাই করছ, সেটা গুরুত্বপূর্ণ না। যেমন $4, 0, 9$ আর $0, 4, 9$ একই বাছাই। How many ways you can choose three numbers (not necessarily distinct) from the numbers $0, 1, 2, \cdots, 9$? For example, two such choices can be $0, 0, 7$ and $0, 4, 9$. However, $4, 0, 9$ and $0, 4, 9$ are considered the same.	