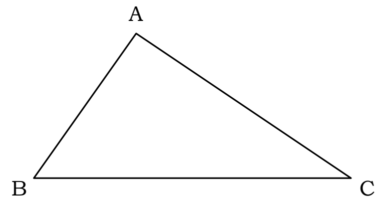
- **ত্রিভুজ**

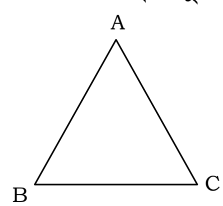
  তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র একটি ত্রিভুজ। ত্রিভুজের বাহুগুলো দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্রকে ত্রিভুজক্ষেত্র বলে। রেখাংশগুলোকে ত্রিভুজের বাহু বলে। যেকোনো দুইটি বাহুর সাধারণ বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু বলা হয়। ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বাহু শীর্ষবিন্দুতে কোণ উৎপন্ন করে। ত্রিভুজের তিনটি বাহু ও তিনটি কোণ রয়েছে।

  ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টিকে পরিসীমা বলে।



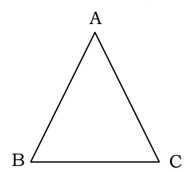
  চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ। A, B, C এর তিনটি শীর্ষবিন্দু। AB, BC, CA এর তিনটি বাহু এবং এর তিনটি কোণ $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$। AB, BC, CA বাহুর পরিমাপের যোগফল ত্রিভুজটির পরিসীমা।

- **সমবাহু ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তা সমবাহু ত্রিভুজ।



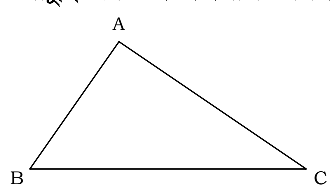
  চিত্রে ABC ত্রিভুজের $AB = BC = CA$। ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

- **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান তা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।



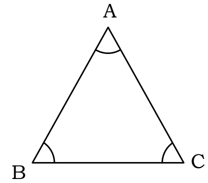
  চিত্রে, ABC ত্রিভুজের $AB = AC \neq BC$। যাদের কোনোটিই তৃতীয় বাহুর সমান নয়। ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

- **বিষমবাহু ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান তা বিষমবাহু ত্রিভুজ।



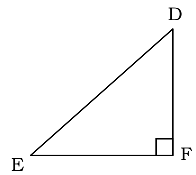
  চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AB, BC, CA বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান। ΔABC একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

- **সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



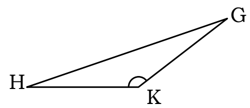
চিত্রে, ABC ত্রিভুজে $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$ কোণ তিনটি প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। ΔABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।

- **সমকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ, তা সমকোণী ত্রিভুজ।



চিত্রে, DEF ত্রিভুজে $\angle DFE$ সমকোণ, অপর কোণ দুইটি $\angle DEF$ ও $\angle EDF$ প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। ΔDEF একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

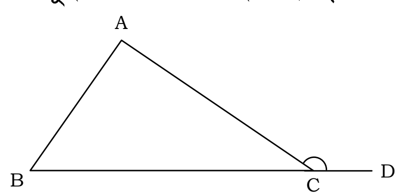
- **স্থূলকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ, তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ।



চিত্রে GHK ত্রিভুজে $\angle GKH$ একটি স্থূলকোণ, অপর কোণ দুইটি $\angle GHK$ ও $\angle HGK$ প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। ΔGHK একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

- **ত্রিভুজের বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ কোণ**

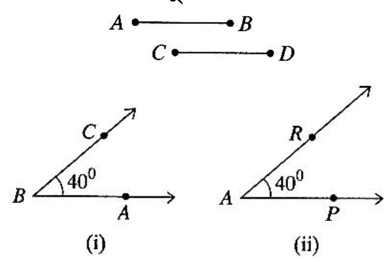
কোনো ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে কোণ উৎপন্ন হয় তা ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ। এই কোণের সন্নিহিত কোণটি ছাড়া ত্রিভুজের অপর দুইটি কোণকে এই বহিঃস্থ কোণের বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ বলে।



চিত্রে, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে। $\angle ACD$ ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ। $\angle ABC$ ও $\angle BAC$ এর প্রত্যেককে $\angle ACD$ এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ বলা হয়।

■ **বাহু ও কোণের সর্বসমতা :**

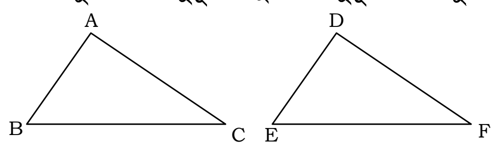
দুইটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান হলে রেখাংশ দুইটি সর্বসম। বিপরীতভাবে, দুইটি রেখাংশ সর্বসম হলে তাদের দৈর্ঘ্য সমান। দুইটি কোণের পরিমাপ সমান হলে কোণ দুইটি সর্বসম।



বিপরীতভাবে, দুইটি কোণ সর্বসম হলে তাদের পরিমাপও সমান।

■ **ত্রিভুজের সর্বসমতা :**

একটি ত্রিভুজকে অপর একটি ত্রিভুজের উপর স্থাপন করলে যদি ত্রিভুজ দুইটি সর্বতোভাবে মিলে যায়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয়। সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলো সমান।



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিচে তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া হলো। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব?

● ৫ সে.মি., ৬ সে.মি. ও ৭ সে.মি.

খ. ৩ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৭ সে.মি.

গ. ৫ সে.মি., ৭ সে.মি. ও ১৪ সে.মি.

ঘ. ২ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৮ সে.মি.

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে

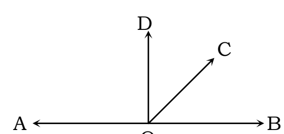
ii. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে

iii. যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii ● ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রদত্ত চিত্র অনুযায়ী ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ এক সমকোণের সমান কোণ কোনটি?

ক. $\angle BOC$ খ. $\angle BOD$ গ. $\angle COD$ ঘ. $\angle AOD$

[বি· দ্র· খ ও ঘ উভয়ই এক সমকোণের সমান]

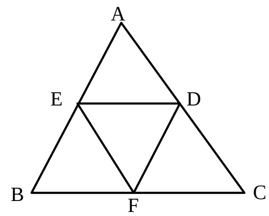
প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\angle$BOC এর পূরক কোণ কোনটি?

ক. $\angle AOC$ খ. $\angle BOD$● $\angle COD$ ঘ· $\angle AOD$

ব্যাখ্যা : $\angle BOC + \angle COD = 90°$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার তিন বাহু সমান। অর্থাৎ, AB = BC = AC। F, D ও E যথাক্রমে BC, AC এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু। মধ্যবিন্দু তিনটি যোগ করলে DEF ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔDEF সমবাহু।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔBEF ও ΔCDF এর মধ্যে

BE = CD [সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]

BF = CF [$\because$ F, BC এর মধ্যবিন্দু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle C$[$\because$ সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ সমান]

$\therefore \Delta BEF \cong \Delta CDF$ .... (i)

অতএব, EF = FD

(২) আবার, ΔCDF ও ΔAED এর মধ্যে

CD = AD [$\because$ D, AC এর মধ্যবিন্দু]

AE = CF [সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle C$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle A$

$\therefore \Delta CDF \cong \Delta AED$

$\therefore$ FD = ED .... (ii)

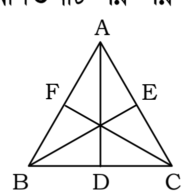
(৩) সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে পাই,

EF = FD = ED

$\therefore \Delta DEF$ সমবাহু। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, অর্থাৎ AB = BC = AC· AD, BE এবং CF যথাক্রমে BC, CA এবং AB এর উপর তিনটি মধ্যমা। D, E এবং F যথাক্রমে BC, AC এবং AB এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BE = CF$৷

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABD ও ΔACF এর মধ্যে

$AB = AC$ [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]

$BD = AF$ [সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle A$

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACF$

অতএব, $AD = CF$ ·················· (i)

(২) এরূপে ΔBCE ও ΔACF নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে,

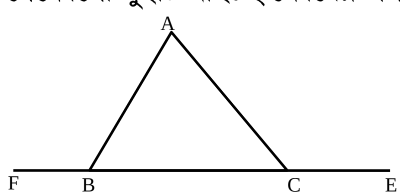
$BE = CF$ ······························(ii)

(৩) সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই

$\therefore AD = BE = CF$৷ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC ভূমিকে একদিকে E পর্যন্ত এবং অপরদিকে F পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। ফলে বহিঃস্থ $\angle ACE$ এবং বহিঃস্থ $\angle ABF$ উৎপন্ন হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACE + \angle ABF > 2$ সমকোণ

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) $\angle ACE = \angle A + \angle B$ ········ (i) [যেহেতু ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুইটির যোগফলের সমান]

এবং $\angle ABF = \angle A + \angle C$ ············ (ii)

(২)সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

অতএব, $\angle ACE + \angle ABF = \angle A + \angle B + \angle A + \angle C$

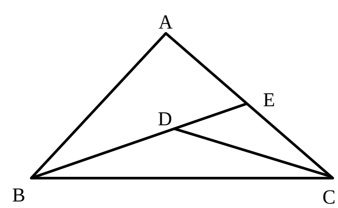
কিন্তু ΔABC এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 2$ সমকোণ

(৩) $\therefore \angle ACE + \angle ABF = \angle A + 2$ সমকোণ

সুতরাং, $\angle ACE + \angle ABF > 2$ সমকোণ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ΔABC এর অভ্যন্তরে D একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $AB + AC > BD + DC$৷

সমাধান :

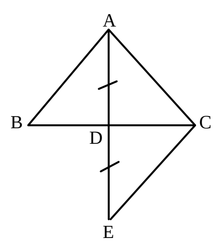


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর অভ্যন্তরে D যেকোনো একটি বিন্দু। B, D এবং C, D যোগ করা হলো।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > BD + CD$·
অঙ্কন : BD কে বর্ধিত করি যেন তা AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।
প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABE–এ,
$AB + AE > BE$ [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AB + AE > BD + DE$·············(i) [$\because BE = BD + DE$]
(২) আবার, ΔCDE এ, $CE + DE > CD$······(ii)
(i) ও (ii) নং অসমতা হতে পাই,
$AB + AE + CE + DE > BD + DE + CD$
বা, $AB + AE + CE > BD + CD$ [উভয়পক্ষ হতে DE বাদ দিয়ে পাই]
(৩) যেহেতু $AE + EC = AC$
$\therefore AB + AC > BD + CD$· **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AD$·
সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D; A, D যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AD$·
অঙ্কন : AD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $AD = DE$ হয় এবং E, C যোগ করি।
প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABD ও ΔCDE এর মধ্যে
$BD = CD$, [D, BC এর মধ্যবিন্দু]
$AD = DE$ [অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CDE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$
$\therefore AB = CE$
(2) এখন, ΔACE এ,
$AC + CE > AE$ [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
[$\because AB = CE$]
[$\because DE = AD$]

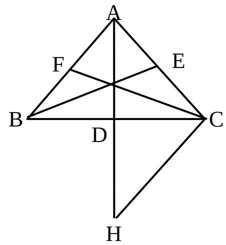
বা, $AC + AB > AD + DE$

বা, $AB + AC > AD + AD$

$\therefore AB + AC > 2AD$· [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AD, BE এবং CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$·

অঙ্কন : AD কে H পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $AD = DH$ হয় এবং C, H যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔABD ও ΔCDH এর	
মধ্যে $BD = CD$	[$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু]
$AD = DH$	[অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle HDC$	[বিপ্রতীপ কোণ বলে]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDH$	
$\therefore AB = CH$	
(২) এখন ΔACH এ,	
$AC + CH > AH$	[$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AC + AB > AD + DH$	[$\because AB = CH$]
বা, $AB + AC > AD + AD$	
বা, $AB + AC > 2AD$	
অর্থাৎ $2AD < AB + AC$·····(i)	

(৩) এরূপে BE ও CF কে AD এর মতো বর্ধিত করে প্রমাণ করা যায় যে, $2BE < AB + BC$·······(ii)

এবং $2CF < AC + BC$··············· (iii)

অসমতা (i), (ii) ও (iii) নং হতে পাই,

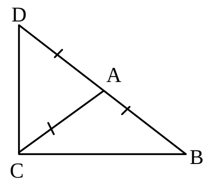
$2AD + 2BE + 2CF < AB + AC + AB + BC + AC + BC$

বা, $2(AD + BE + CF) < 2(AB + BC + AC)$

$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC$ **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে, BA বাহুকে D পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করা হলো, যেন BA = AD হয়। প্রমাণ কর যে, $\angle BCD$ একটি সমকোণ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC সমদ্বিবাহু, যার $AB = AC$· A শীর্ষবিন্দু এবং BA বাহুকে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $BA = AD$ হয়। C, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BCD$ একটি সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC এ, $AB = AC$	
$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ·········· (i)	
(২) আবার, অঙ্কনানুসারে $BA = AD$ হওয়ায় $AC = AD$	
(৩) এখন, ΔACD এ, $AC = AD$	
$\therefore \angle ACD = \angle ADC$ ··········· (ii)	
(৪) ΔBCD এ, $\angle BCD + \angle DBC + \angle CDB = 180°$	[চিত্রানুসারে]
বা, $\angle BCD + \angle ABC + \angle ADC = 180°$	[সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে]
বা, $\angle BCD + \angle ACB + \angle ACD = 180°$	
বা, $\angle BCD + \angle BCD = 180°$	[$\because \angle ACB + \angle ACD = \angle BCD$]
বা, $2\angle BCD = 180°$	
বা, $\angle BCD = 90°$	

অর্থাৎ $\angle BCD$ একটি সমকোণ। **[প্রমাণিত]**