- **চলক :** যখন কোনো অক্ষর প্রতীক কোনো সেটের উপাদান বোঝায় তখন তাকে চলক বলে। একটি সেট $A = \{x : x \in R , 1 \le x \le 10\}$ হয়, তবে x-এর মান 1 থেকে 10 পর্যন্ত যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে। এখানে, x হলো চলক।
- **সমীকরণের ঘাত :** কোনো সমীকরণের চলকের সর্বোচ্চ ঘাতকে সমীকরণটির ঘাত বলে। $x + 1 = 5$, $2x - 1 = x + 5$, $y + 7 = 2y - 3$ সমীকরণগুলোর প্রত্যেকটির ঘাত 1; এগুলো এক চলকবিশিষ্ট একঘাত সমীকরণ।
- **সমীকরণ ও অভেদ :**

  সমীকরণ : অন্ততপক্ষে একটি চলকযুক্ত সমান চিহ্ন সংবলিত খোলা বাক্যকে সমীকরণ বা সরল সমীকরণ বলে। যেমন, $(3x + 5) - 6 = 5x + 9$ একটি সমীকরণ যেখানে, x একটি চলক। সমীকরণে সমান চিহ্নের দুইপক্ষে দুইটি বহুপদী থাকে, অথবা একপক্ষে (প্রধানত ডানপক্ষে) শূন্য থাকতে পারে। দুই পক্ষের বহুপদীর চলকের সর্বোচ্চ ঘাত সমান না–ও হতে পারে।
- **সমীকরণের মূল :** চলকের সর্বোচ্চ ঘাতের যে মান বা মানগুলো দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়, তাকে ঐ সমীকরণের মূল বলে।
- **অভেদ :** কোনো চলকের সকল মানের জন্য যদি সমীকরণটি সিদ্ধ হয় তবে তা একটি অভেদ। যেমন, $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 4x$ একটি অভেদ। এটি x এর সকল মানের জন্য সিদ্ধ হয়। প্রত্যেক বীজগণিতীয় সূত্র একটি অভেদ।
- **একঘাত সমীকরণের সমাধান:**

  সমীকরণ সমাধানের ক্ষেত্রে কয়েকটি নিয়ম প্রয়োগ করতে হয়। এই নিয়মগুলো জানা থাকলে সমীকরণের সমাধান নির্ণয় সহজতর হয়। নিয়মগুলো হলো :

  ১। সমীকরণের উভয়পক্ষে একই সংখ্যা বা রাশি যোগ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে।

  ২। সমীকরণের উভয়পক্ষ থেকে একই সংখ্যা বা রাশি বিয়োগ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে।

  ৩। সমীকরণের উভয়পক্ষকে একই সংখ্যা বা রাশি দ্বারা গুণ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে।

  ৪। সমীকরণের উভয়পক্ষকে অশূন্য একই সংখ্যা বা রাশি দ্বারা ভাগ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে।

  উপরের ধর্মগুলোকে বীজগণিতীয় রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় :

  যদি $x = a$ এবং $a \neq 0$ হয় তাহলে,

  (i) $x + c = a + c$ (ii) $x - c = a - c$ (iii) $xc = ac$ (iv) $\frac{x}{c} = \frac{a}{c}$

  এছাড়া যদি a, b ও c তিনটি রাশি হয় তবে, $a = b + c$ হলে, $a - b = c$ হবে এবং $a + c = b$ হলে, $a = b - c$ হবে।
- **একঘাত সমীকরণের ব্যবহার**

  বাস্তব জীবনে বিভিন্ন ধরনের সমস্যার সমাধান করতে হয়। এই সমস্যা সমাধানের অধিকাংশ ক্ষেত্রেই গাণিতিক জ্ঞান, দক্ষতা ও যুক্তির প্রয়োজন হয়।

  বাস্তবভিত্তিক সমস্যা সমাধানে অজ্ঞাত সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য এর পরিবর্তে চলক ধরে নিয়ে সমস্যায় প্রদত্ত শর্তানুসারে সমীকরণ গঠন করা হয়। তারপর সমীকরণটি সমাধান করলেই চলকটির মান, অর্থাৎ অজ্ঞাত সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

■ **সমাধান কর (১–১০) :**

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $3(5x - 3) = 2(x + 2)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $3(5x - 3) = 2(x + 2)$

বা, $15x - 9 = 2x + 4$

বা, $13x - 2x = 4 + 9$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $13x = 13$

বা, $x = \frac{13}{13}$

$\therefore x = 1$ [উভয়পক্ষকে 13 দ্বারা ভাগ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

বা, $\frac{a^2y - b^2y}{ab} = a^2 - b^2$

বা, $y(a^2 - b^2) = ab(a^2 - b^2)$ [আড়গুণন করে]

বা, $y = ab$ [উভয়পক্ষকে $(a^2 - b^2)$ দ্বারা ভাগ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $y = ab$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $(z + 1)(z - 2) = (z - 4)(z + 2)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $(z + 1)(z - 2) = (z - 4)(z + 2)$

বা, $z^2 - 2z + z - 2 = z^2 + 2z - 4z - 8$

বা, $z^2 - z - 2 = z^2 - 2z - 8$

বা, $z^2 - z - z^2 + 2z = -8 + 2$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore z = -6$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\frac{7x}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2x}{5} - \frac{4}{3}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{7x}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2x}{5} - \frac{4}{3}$

বা, $\frac{7x}{3} - \frac{2x}{5} = -\frac{4}{3} - \frac{3}{5}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{35x - 6x}{15} = \frac{-20 - 9}{15}$

বা, $\frac{29x}{15} = \frac{-29}{15}$ $\therefore x = -1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $\frac{4}{2x + 1} + \frac{9}{3x + 2} = \frac{25}{5x + 4}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

বা, $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{15}{5x+4} + \frac{10}{5x+4}$

বা, $\frac{4}{2x+1} - \frac{10}{5x+4} = \frac{15}{5x+4} - \frac{9}{3x+2}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{20x+16-20x-10}{(2x+1)(5x+4)} = \frac{45x+30-45x-36}{(5x+4)(3x+2)}$

বা, $\frac{6}{2x+1} = \frac{-6}{3x+2}$ [উভয়পক্ষকে $(5x+4)$ দ্বারা গুণ করে।]

বা, $\frac{1}{2x+1} = \frac{-1}{3x+2}$

বা, $3x+2 = -2x-1$

বা, $3x+2x = -1-2$

বা, $5x = -3 \qquad \therefore x = -\frac{3}{5}$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $\mathbf{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$

বা, $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{x+3-x-1}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+4-x-2}{(x+2)(x+4)}$

বা, $\frac{2}{x^2+4x+3} = \frac{2}{x^2+6x+8}$

বা, $\frac{1}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x^2+6x+8}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2+6x+8 = x^2+4x+3$ [আড়গুণন করে]

বা, $x^2+6x-x^2-4x = 3-8$

বা, $2x = -5$

$\therefore x = -\frac{5}{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $\mathbf{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

বা, $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{x-a-b} + \frac{b}{x-a-b}$

বা, $\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x-a-b} = \frac{b}{x-a-b} - \frac{b}{x-b}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{ax - a^2 - ab - ax + a^2}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{bx - b^2 - bx + ab + b^2}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\frac{-ab}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{ab}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\frac{-1}{x-a} = \frac{1}{x-b}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{ab}{x-a-b}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x - a = -x + b$ [আড়গুণন করে]

বা, $x + x = a + b$

বা, $2x = a + b$

$\therefore\ x = \frac{a+b}{2}$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $\mathbf{\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3(a+b)}{a+b} = 0$

বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x}{a+b} - 3 = 0$

বা, $\left(\frac{x-a}{b} - 1\right) + \left(\frac{x-b}{a} - 1\right) + \left(\frac{x}{a+b} - 1\right) = 0$

বা, $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-b-a}{a} + \frac{x-a-b}{a+b} = 0$

বা, $(x-a-b)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}\right) = 0$

এখানে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b} \neq 0$ [$\therefore$ চলক বর্জিত রাশি]

$\therefore\ x - a - b = 0 = a + b$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $\mathbf{\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$

বা, $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{-(a^2-b^2)}$

বা, $\frac{x-a}{a^2-b^2} + \frac{x-b}{a^2-b^2} = 0$

বা, $\frac{1}{a^2-b^2}(x-a+x-b) = 0$

বা, $x - a + x - b = 0$ [উভয় পক্ষকে $a^2 - b^2$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x = a + b$

$\therefore \; x = \frac{a + b}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{a + b}{2}$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $(3 + \sqrt{3})\, z + 2 = 5 + 3\sqrt{3}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $(3 + \sqrt{3})\, z + 2 = 5 + 3\sqrt{3}$

বা, $(3 + \sqrt{3})\, z = 5 - 2 + 3\sqrt{3}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $(3 + \sqrt{3})\, z = 3 + 3\sqrt{3}$

বা, $z = \frac{3 + 3\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$ [উভয়পক্ষকে $3 + \sqrt{3}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $z = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 3)}{(\sqrt{3} + 3)}$

$\therefore \; z = \sqrt{3}$ **(Ans.)**

■ **সমাধান সেট নির্ণয় কর (১১ – ১৯) :**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $2x(x + 3) = 2x^2 + 12$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x(x + 3) = 2x^2 + 12$

বা, $2x^2 + 6x = 2x^2 + 12$

বা, $2x^2 + 6x - 2x^2 = 12$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $6x = 12$

বা, $x = \frac{12}{6} = 2$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{2\}$

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$

বা, $2x - 3x = -4 - 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-x = -4 - 4\sqrt{2}$

বা, $-x = -4\,(1 + \sqrt{2})$

বা, $x = 4(1 + \sqrt{2})$ [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore \; x = 4(1 + \sqrt{2})$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{4(1 + \sqrt{2})\}$

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $\frac{x + a}{x - b} = \frac{x + a}{x + c}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x + a}{x - b} = \frac{x + a}{x + c}$

বা, $(x + a)(x + c) = (x + a)(x - b)$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $x^2 + cx + ax + ac = x^2 + ax - bx - ab$

বা, $x^2 + cx + ax - x^2 + bx - ax = -ab - ac$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $bx + cx = -a(b + c)$

বা, $x(b + c) = -a(b + c)$

$\therefore\ x = \dfrac{-a(b + c)}{(b + c)}$

$\therefore\ x = -a$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{-a\}$

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $\mathbf{\dfrac{z-2}{z-1} = 2 - \dfrac{1}{z-1}}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\dfrac{z-2}{z-1} = 2 - \dfrac{1}{z-1}$

বা, $\dfrac{z-1-1}{z-1} = 2 - \dfrac{1}{z-1}$

বা, $\dfrac{z-1}{z-1} - \dfrac{1}{z-1} = 2 - \dfrac{1}{z-1}$

বা, $1 - \dfrac{1}{z-1} = 2 - \dfrac{1}{z-1}$

বা, $1 = 2$ যা অসম্ভব

$\therefore$ এ সমীকরণে কোনো সমাধান নেই।

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{\}$ বা $\varnothing$

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $\mathbf{\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{2}{x-1}}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{2}{x-1}$

বা, $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x-1}$

বা, $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}$

বা, $\dfrac{x-1-x}{x(x-1)} = \dfrac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)}$

বা, $\dfrac{-1}{x} = \dfrac{2}{x+1}$ [উভয়পক্ষকে $(x-1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x = -x - 1$ [আড়গুণন করে]

বা, $2x + x = -1$

বা, $3x = -1$

$\therefore \quad x = -\frac{1}{3}$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$